ESCUELA MILITAR DE INGENIERÍA

MISCELÁNEAS DE PROBLEMAS

2013

Elaborado por: Lic. Bismar Choque Nina

A pesar de que la refutación por ejemplo del contrario es un procedimiento válido, los teoremas no se pueden demostrar simplemente verificándolos en varios casos particulares. Hay que poner atención para no confundir estas ideas…

LÓGICA

Simbolizar cada una de las proposiciones siguientes:

1. El gordo Juan vive para comer y no come para vivir.
2. Si esta planta no crece, entonces necesita más agua o necesita mejor abono.
3. El juez lo sentencia a Octavio si y sólo si el fiscal puede probar su culpabilidad o el testigo no dice la verdad
4. Sean p, q y r los siguientes enunciados:

   p: Estudiaré Matemática.
   q: Iré a mi clase de computación.
   r: Estoy de buen humor.

   Escriba en lenguaje común las oraciones que corresponden a los siguientes enunciados:

   a) $\sim p \wedge q$
   b) $r \rightarrow (p \vee q)$
   c) $\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)$
   d) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow r$

5. En el libro Hijos en libertad, de A.S. Neill, están escritas las siguientes:

   p: Mis maestros hacen que todas las lecciones sean aburridas.
   q: No aceptan las respuestas que no figuran en los libros.
   r: Imponen un cúmulo de normas estúpidas.

   Escriba en lenguaje común las oraciones que corresponden a los siguientes enunciados:

   a) $p \wedge q$
   b) $\sim q \vee r$
   c) $(p \wedge q) \rightarrow r$
   d) $\sim r \rightarrow (p \wedge q)$

6. Escribir en forma simbólica la siguiente proposición compuesta:

   "La chatura y el tedio de ciertas disciplinas escolares se transmiten a los maestros, escuelas se llenan de hombres y mujeres de mentalidad estrecha, vanidosos, cuyo horizonte está limitado por el pizarrón y el libro de texto".

Determinar, por medio de una tabla de verdad, si cada una de las siguientes proposiciones es una tautología, contradicción o contingencia.

7. $p \wedge q \rightarrow q$
8. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
9. $p \wedge p \leftrightarrow p$
10. $p \wedge V \leftrightarrow V$
11. $p \longrightarrow (p \vee q)$
12. $\{(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)\} \rightarrow (p \leftrightarrow r)$
13. $(\sim q \rightarrow q) \rightarrow q$
14. $[(p \wedge \sim q) \rightarrow q] \rightarrow (p \rightarrow q)$
15. $(p \wedge q) \rightarrow [(p \vee q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)]$
16. $[(\sim p \wedge q) \rightarrow \sim r] \leftrightarrow [r \wedge \sim (p \vee \sim q)]$
17. Dé una expresión lógica que sólo contenga a los conectivos $\sim, \wedge, \vee$ de las expresiones:
    a) $[(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
    b) $(\sim p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$
    c) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$
    d) $\big((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow s)\big) \rightarrow (p \rightarrow s)$

18. Discuta si, para cualquier valor de verdad de *p*,q y *r,* son siempre verdaderas las siguientes proposiciones:
    a) $\sim (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$
    b) $[(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

Sean q y s proposiciones cualesquiera, p y r proposiciones tales que $\sim (p \vee \sim r)$ es verdadera. Hallar el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

19. $\sim (p \wedge \sim q) \rightarrow \sim (s \vee r)$
20. $\big[(\sim r \wedge q) \underline{\vee} \sim p\big] \rightarrow \sim [(p \wedge s) \vee \sim r]$
21. $\big[p \rightarrow (q \wedge s) \underline{\vee} (\sim q \rightarrow r)\big]$
22. $[(r \vee q) \rightarrow (p \wedge s)] \rightarrow (\sim q \underline{\vee} s)$

Sean p y r proposiciones cualesquiera, q y s proposiciones tales que $\sim(\sim q \wedge s)$ es falsa. Hallar el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

23. $[(p \vee \sim q) \wedge s] \longrightarrow \sim (\sim r \vee s)$
24. $[(q \longrightarrow p) \vee (\sim p \wedge r)] \wedge [(p \rightarrow s) \vee \sim r]$

Hallar el valor de verdad de las proposiciones *p,q,r* y *s*, sabiendo que:

25. $(\sim p \rightarrow q) \vee \sim (r \wedge \sim s)$ es falsa.
26. $\sim(r \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \wedge s)$ es verdadera.
27. $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim r \rightarrow s)$ es falso.
28. $\sim [(r \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow s)]$ es verdadera.

29. Si las implicaciones $(p \wedge \sim q) \rightarrow q$ y $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$ son verdaderas, ¿Cuál es el valor de verdad de p y de r?

Sabiendo que p es F y que q es una proposición cualquiera, determinar el valor de verdad de la proposición $\boldsymbol{x}$, tal que:

30. $[x \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow p$ sea falsa.
31. $[x \vee (p \vee \sim q)] \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ sea verdadera.
32. $[(p \rightarrow q) \leftrightarrow x] \underline{\vee} \sim (p \wedge q)$ sea verdadera.

Simplificar las siguientes proposiciones:

33. $[(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [(\sim p \wedge q) \vee p]$
34. $[q \rightarrow (r \wedge \sim q)] \rightarrow [(q \wedge \sim p) \rightarrow r]$
35. $[(r \rightarrow p) \rightarrow (p \wedge r)] \rightarrow [(r \vee q) \rightarrow (\sim r \wedge q)]$
36. $[(\sim q \rightarrow r) \wedge \sim (q \wedge \sim r)] \rightarrow [(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \sim r)]$
37. $[(\sim p \leftrightarrow q) \wedge r] \vee \left[r \wedge (p \underline{\vee} \sim q)\right]$

Determinar una proposición $\boldsymbol{x}$, tal que:

38. $[\sim x \rightarrow (q \wedge x)] \wedge (p \rightarrow q) \equiv \sim p$
39. $[(x \rightarrow p) \wedge (q \vee \sim x)] \vee (p \wedge \sim x) \equiv q$
40. $[(r \wedge x) \leftrightarrow (x \rightarrow r)] \wedge [q \rightarrow (\sim p \wedge x)] \equiv p \wedge \sim q$

Dar una demostración formal completa para cada uno de los razonamientos siguientes:

41. Demostrar: $x < 6 \vee z > 6$
    1) $(x < 7 \wedge x = 5) \rightarrow (z > x \vee y < z)$
    2) $x < 6 \rightarrow (x = 5 \wedge x < 7)$
    3) $x > y \rightarrow \sim(y < z \vee z > x)$
    4) $x > 4 \rightarrow (x = 5 \wedge x < 7)$
    5) $x > y \rightarrow x > 4$
    6) $x > y \vee x < 6$
42. Demostrar: $\sim (x < y \wedge x = 1)$
    1) $(x = y \rightarrow y = 0) \rightarrow x = 0$
    2) $(x = 0 \vee xy = 0) \rightarrow y = 0$
    3) $x = y \rightarrow x \nless y$
    4) $y = 0 \leftrightarrow x \nless y$

Demostrar la validez de los siguientes razonamientos:

43. Si la enmienda no fue aprobada entonces la constitución queda como estaba. Si la constitución queda como estaba, entonces no podemos añadir nuevos miembros al comité. Podemos añadir nuevos miembros a l comité o el informe se retrasará un mes. Pero el informe no se retrasará un mes. Por tanto, la enmienda fue aprobada.
44. Mi Padre me alaba si yo estoy orgulloso de mí mismo. O me va bien en deportes o no puedo estar orgulloso de mí mismo. Si estudio bastante, entonces no me

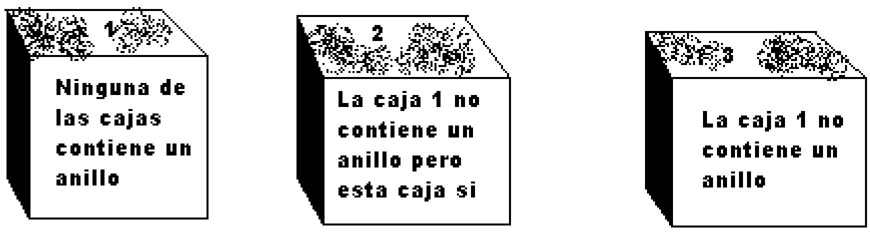
va bien en deportes. Por tanto, si mi padre me alba, entonces no estudio bastante.

45. Un lógico le dijo a su hijo. “Si no terminas tu cena, te irás directo a la cama a dormir....” El hijo terminó su cena y fue enviado directamente a dormir. ¿Incumplió su promesa el lógico? Explica.
46. Demostrar: $5 + 2 \not< 4 + 3$
    1) $\forall x: x + 2 > 4 \vee x + 1 < 7$
    2) $\forall y: 5 + y < 4 + 3 \rightarrow 5 + y \not> 4$
    3) $5 + 1 \not< 7$
47. Demostrar: $3 \not> 3 + 4$
    1) $\forall x \forall y: x > y \rightarrow y \not> x + 3$
    2) $\forall u \forall v: u - 3 < v \rightarrow 3 + v > u$
    3) $(3 + 3) - 3 < 4$
48. En la entrada de algunas cárceles se puede leer en el letrero:

> ➢ NO ESTAN TODOS LOS QUE SON
> Y NO SON TODOS LOS QUE ESTAN

Utilizando cuantificadores escriba esta frase en forma simbólica.

49. Entre las afirmaciones escritas en las cajas 1,2,3 sólo una dice la verdad. ¿Hay un anillo en alguna caja? ¿cuál es la afirmación verdadera?



50. Epiménides de Cnosos (siglo VI A.C.) decía “Todos los cretenses son mentirosos y yo soy cretense, luego miento”.
    Alguien a la vista de ello, razona como sigue:
    Si Epiménides mintió en lo que dijo, entonces los cretenses no eran mentirosos, luego Epiménides, por ser cretense, no era mentiroso y, consecuentemente, no mintió en lo que dijo. Se llega así, pues, a una contradicción. ¿Este razonamiento es correcto?.
51. Demuestre: “x es par si y sólo si x^2 es par.”
52. Demuestre: “x es impar si y sólo si x^2 es impar.”
53. Probar que la suma de dos números impares es par.
54. Si n es un número natural y $2n + 1$ es un cuadrado perfecto, demostrar que $n + 1$ es suma de dos cuadrados perfectos.
55. Si n es un número natural y $3n + 1$ es un cuadrado perfecto, demostrar que $n + 1$ es suma de tres cuadrados perfectos.
56. Probar si que x es un número real cualquiera, entonces $x^2 \geq 0$ (Nota. Proceder por casos.)

57. Sabiendo que la suma de los ángulos internos de un triangulo vale 180 grados, demostrar que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero cualquiera vale 360 grados.
58. Probar por contradicción que la bisectriz de un ángulo cualquiera de un triángulo escaleno, no puede ser perpendicular al lado opuesto.
59. Demostrar por contrarecíproco. "$\forall k, l \in \mathbb{Z}$, si kl es impar, entonces k como l son impares".